

**RIZIKO**

# ÚVOD

Dokonalé informace – známe všechny možné stavy světa  
Nereálné

Rozhodování v nejistotě

Známe všechny možné situace a jejich pravděpodobnosti

Známe všechny možné situace, ale ne jejich pravděpodobnosti

Neznáme všechny případné stavy světa

## ***Riziko***

Známe všechny stavy a jsme schopni určit jejich pravděpodobnost

Objektivní pravděpodobnost – empirická zjištění

Subjektivní pravděpodobnost

Rozlišujeme **očekávaný výsledek** x **očekávaný užitek**



# OČEKÁVANÝ VÝSLEDEK

Akcie a případné scénáře

Očekávaný výnos

Střední hodnota (EX) – vážený průměr

Váhy ( $\pi$ ) - pravděpodobnost dané situace (X)

$$EX = \sum_{i=1}^n X_i \cdot \pi_i$$

EKO FUN

Výnos akcie

Recese: výnos 5% - pravděpodobnost recese 20%

Normální stav: výnos 1% - pravděpodobnost stavu 60%

Expanze: výnos 10% - pravděpodobnost expanze 20%

Pozor 20+60+20=100%

$$ER(EX) = 0,05 \cdot 0,2 + 0,01 \cdot 0,6 + 0,1 \cdot 0,2 = 0,036$$

Očekávaný výnos 3,6%

Cílem subjektů není maximalizace očekávaného výnosu

**Cílem je maximalizace očekávaného užitku**



# OČEKÁVANÝ UŽITEK

Očekávaný užitek (EU) – střední hodnota užitku jednotlivých výsledků

$$EU(X) = \sum_{i=1}^n U(X_i) \cdot \pi_i$$

$U(X)$  – hodnota užitku konkrétní situace, záleží na tvaru užitkové funkce

Přiřazení konkrétní hodnoty užitku – kardinalistická funkce užitku

Axiómy

- 1) Úplnost srovnání  $X_1 > X_2 > X_3$
- 2) Tranzitivity (Maruška)  $X_1 > X_2$  a  $X_2 > X_3$  – musí platit  $X_1 > X_3$
- 3) Kontinuity - práce s pravděpodobností

Lidé přiřadí každému výsledku hodnotu užitku

Následuje rozhodnutí o nejvyšším očekávaném užitku



## Axióm kontinuity

Preference říkají:  $X_1 > X_2 > X_3$

$X_1$  – výhra – 600 Kč

$X_2$  – jistota – 300 Kč

$X_3$  – prohra – 0Kč

Pravděpodobnost výhry –  $\pi$

Pravděpodobnost prohry –  $(1-\pi)$

Když bude pravděpodobnost výhry vysoká 99,9% - podstoupíme sázku (riziko)

Když bude pravděpodobnost výhry malá – vysoká pravděpodobnost prohry

99,9% prohra – 0,01% výhra

Nepodstoupíme sázku (riziko)

**„někde mezi“ existuje pravděpodobnost výhry  $\pi$   
Kdy budu indiferentní mezi rizikem a jistotou**



## Funkce užitku

- 1) Seřadíme výsledky preferencí – „co je nej“  $X_1 > X_2 > X_3$
- 2) Stanovíme měřítko – nejpreferovanější situace – nejvyšší hodnota užitku

$$\text{Konvence:} \\ U(X_1)=1 \quad -U(X_3)=0$$

- 3) Výpočet hodnoty užitku pro střední hodnotu výsledku

$$U(X_2)=U(X_1) \cdot \pi + U(X_3) \cdot (1-\pi)$$

$X_2$  – jistý výnos /  $X_{1,3}$  – riziková alternativa

Kdy je člověk indiferentní mezi jistou a rizikovou alternativou

$$U(X_2)=U(X_1) \cdot \pi + U(X_3) \cdot (1-\pi) \\ U(X_2)=\pi$$



$$X_2 = 90 - X_1 = 120 - X_3 = 60$$

$X_2$  – jistota,  $X_1$  – nejpreferovanější,  $X_3$  – nejméně preferovaný

$$U(90) = U(120) \cdot \pi + U(60) \cdot (1 - \pi)$$

$$U(90) = 1 \cdot \pi + 0 \cdot (1 - \pi)$$

$$U(90) = \pi$$

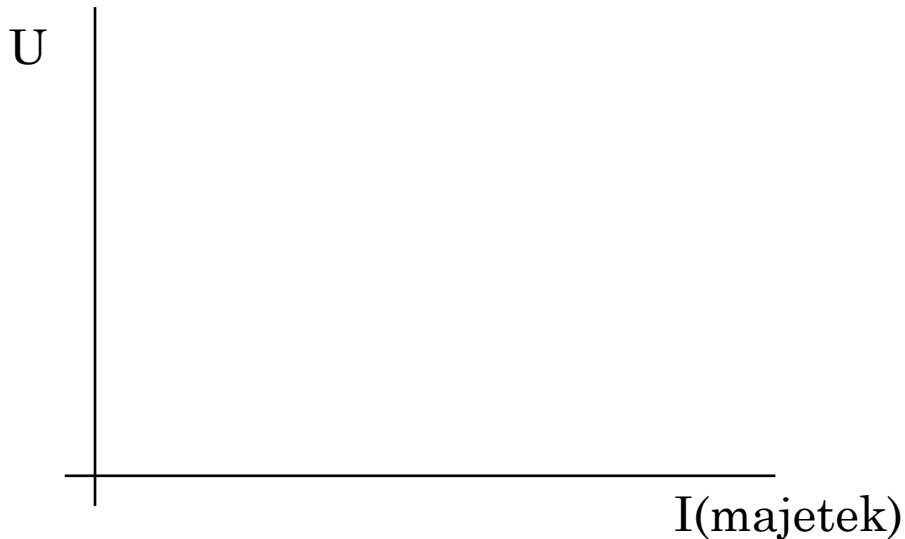
$$U = \ln X \quad X_2 = 90 - X_1 = 120 - X_3 = 60$$

$$\ln(90) = \ln(120) \cdot \pi + \ln(60) \cdot (1 - \pi)$$

$$\pi = 0,58$$

EKOFUN

Užitek v podmínkách rizika nezávisí na velikosti spotřeby  
Závisí na velikosti majetku (důchodu)



# Averze k riziku

$$U(X_2) = U(X_1) \cdot \pi + U(X_3) \cdot (1 - \pi)$$
$$X_1 = 100 \quad X_2 = 50 \quad X_3 = 0$$

## Rekapitulace

Závěr – při určité pravděpodobnosti úspěchu/neúspěchu

Je subjekt indiferentní mezi jistou a rizikovou alternativou

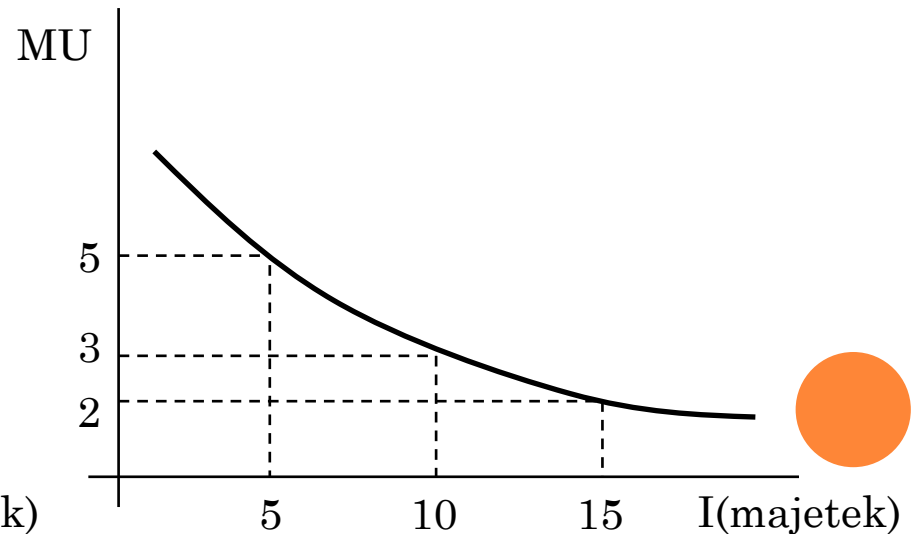
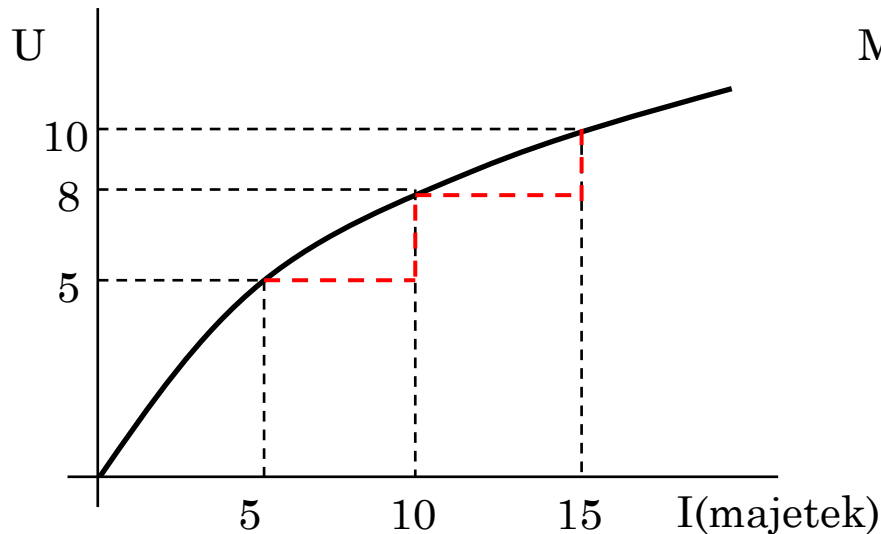
Pro daný typ preferencí musí být pravděpodobnost úspěchu vysoká

Aby byl subjekt indiferentní mezi jistou a riskantní alternativou

Funkce užitku je konkávní

S růstajícím důchodem neroste proporcionálně užitek

Přínos z dodatečného příjmu z „riziku“ je menší než případná ztráta





## Subjekt vyhledávající riziko (pozitivní postoj k riziku)

Pro daný typ preferencí nemusí být pravděpodobnost úspěchu „tak“ vysoká  
Aby byl subjekt indiferentní mezi jistou a riskantní alternativou

Funkce užitku je konvexní

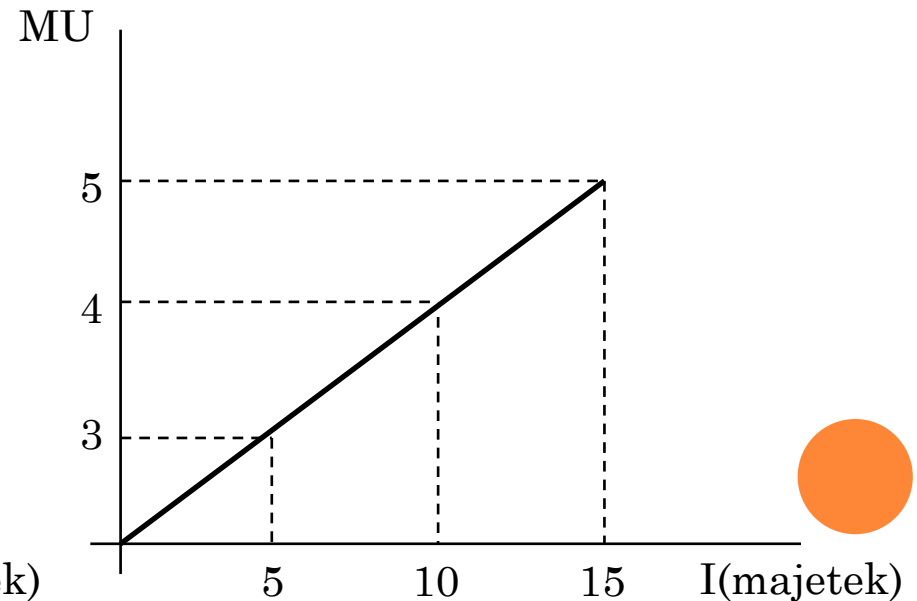
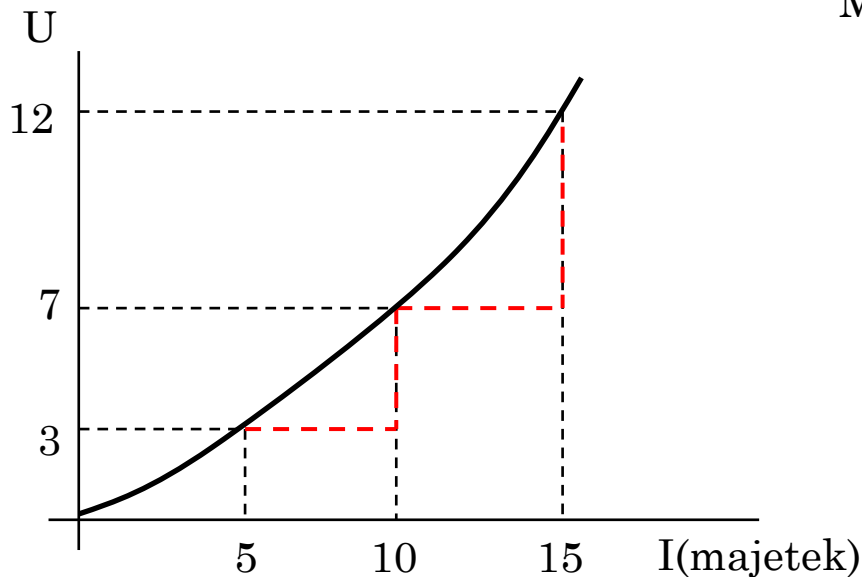
Užitek roste rychleji, než důchod subjektu

Užitek z dodatečného výnosu je vyšší než případná ztráta

$$U(X_2) = U(X_1) \cdot \pi + U(X_3) \cdot (1 - \pi)$$

$$X_1 = 100 \quad X_2 = 50 \quad X_3 = 0$$

# EKOFUN



# Neutrální postoj k riziku (lhostejnost k riziku)

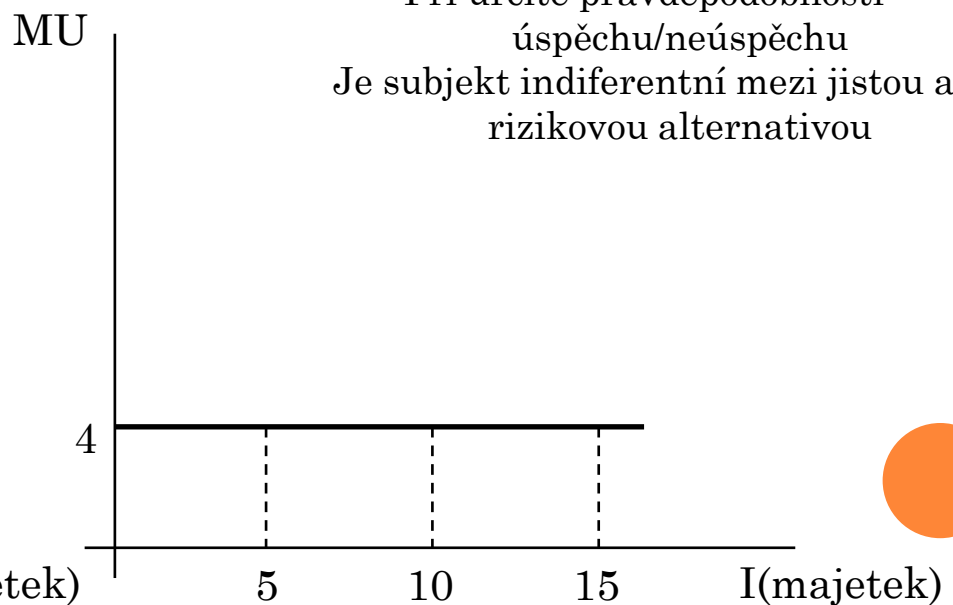
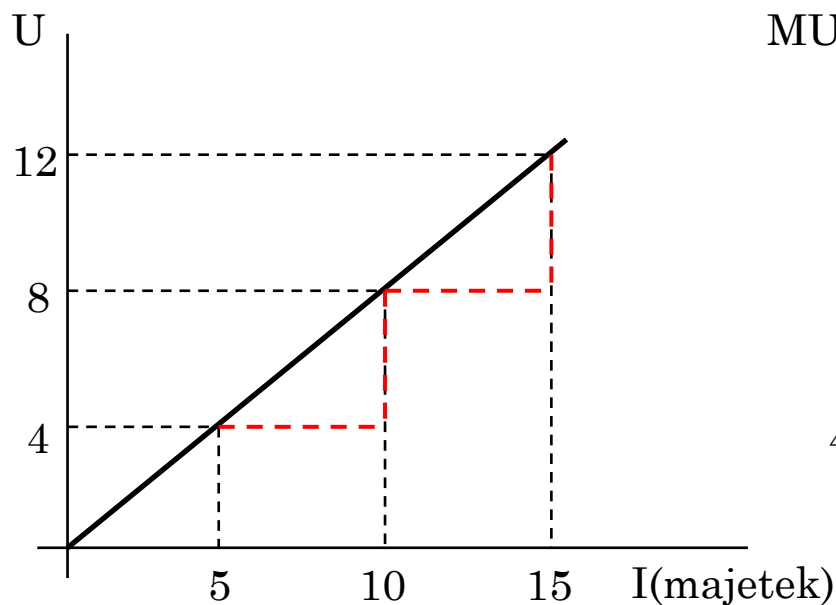
Subjekt je nerozhodný mezi rizikovou a jistou alternativou

Funkce užitku je lineární

$$\begin{aligned}U(X_2) &= U(X_1) \cdot \pi + U(X_3) \cdot (1 - \pi) \\ X_1 &= 100 \quad X_2 = 50 \quad X_3 = 0 \\ U(x) &= 3x \\ (3 \cdot 50) &= (3 \cdot 100) \cdot \pi \\ \pi &= 0,5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U(X_2) &= U(X_1) \cdot \pi + U(X_3) \cdot (1 - \pi) \\ X_1 &= 100 \quad X_2 = 50 \quad X_3 = 0 \\ U(x) &= \ln x \\ \ln(50) &= \ln(100) \cdot \pi \\ \pi &= 0,85\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U(X_2) &= U(X_1) \cdot \pi + U(X_3) \cdot (1 - \pi) \\ X_1 &= 100 \quad X_2 = 50 \quad X_3 = 0 \\ U(x) &= x^2 \\ 50^2 &= 100^2 \cdot \pi \\ \pi &= 0,25\end{aligned}$$



Při určité pravděpodobnosti úspěchu/neúspěchu  
Je subjekt indiferentní mezi jistou a rizikovou alternativou



## Spravedlivá sázka

Možnost jak zjistit vztah k riziku

Spravedlivá sázka poskytne stejný očekávaný výnos rizikové varianty

S hodnotou původní jisté částky

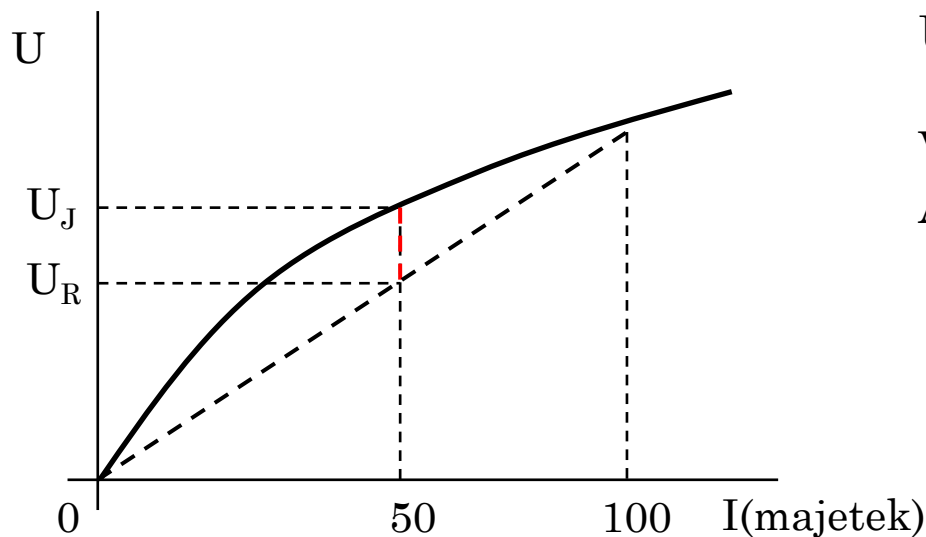
Mám 50Kč a hraji panna/orel  $W=100\text{Kč}$  /  $L=0\text{Kč}$

Očekávaný výnos =  $100 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,5 = 50$

Mám 108 Kč a mohu si koupit akcii za 108 Kč

$P_u=0,6$   $P_d=0,4$   $U=120$   $D=90$

EKO FUN



$U_J$  – užitek z jisté alternativy

$U_R$  – užitek z riskantní alternativy

Vyšší užitek z „jistoty“

Averze k riziku



## Užitková funkce s averzí k riziku

$$U = \ln(X)$$

$$X_1 = 100 \quad X_2 = 50 \quad X_3 = 0$$

$$EU = \ln(100) \cdot 0,5 + \ln(0) \cdot 0,5$$

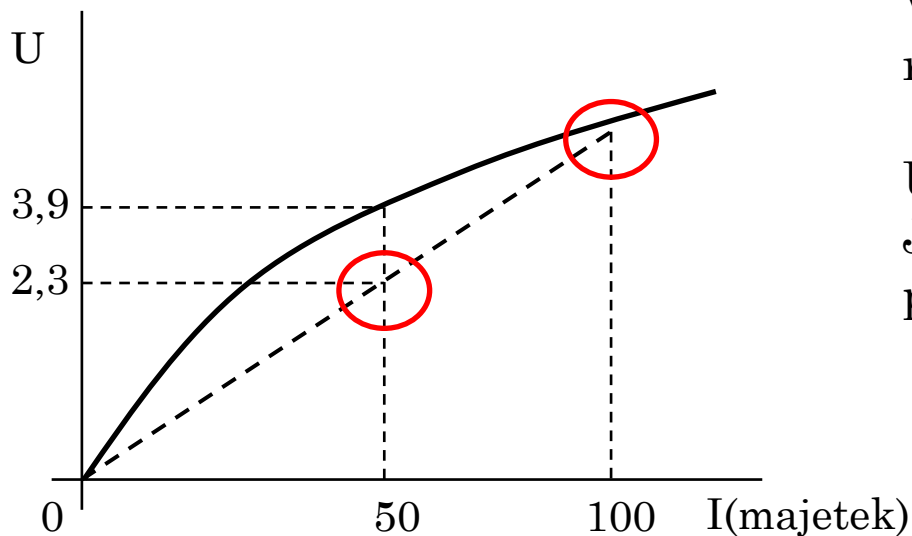
$$EU = 2,3$$

$$\text{Jistota} = \ln(50) = 3,9$$

Užitek z jisté alternativy je vyšší, než užitek z rizikové alternativy

Člověk s averzí k riziku bude upřednostňovat jistou alternativu

Před spravedlivou sázkou



V realitě převažují lidé s averzí k riziku (pojištění atd.)

Užitek získaný z dodatečné „sázky“  
Je menší než užitek obětovaný z případné ztráty



## Subjekt vyhledávající riziko

Subjekt dává přednost spravedlivé sázce před jistou alternativou

Dodatečný přínos užitku z výhry je vyšší

Než ztráta užitku z potenciální prohry

Sázení – příklad lidí vyhledávající riziko

$$U = e^X$$

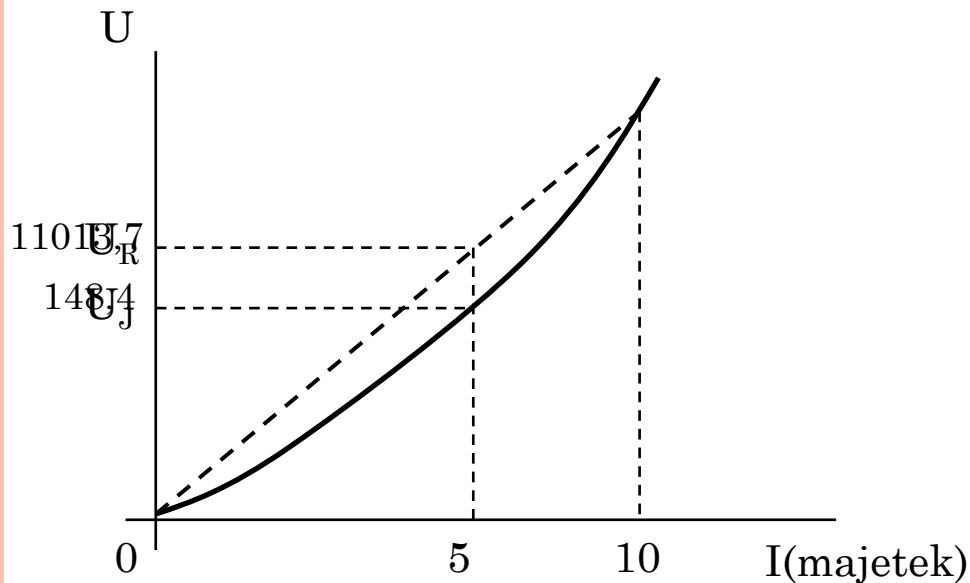
$$X_1 = 10 \quad X_2 = 5 \quad X_3 = 0$$

$$EU = e^{10} \cdot 0,5 + e^0 \cdot 0,5$$

$$EU = 11013,7$$

$$\text{Jistota} = e^5 = 148,4$$

EKO FUN



## Neutrální postoj k riziku

Subjekt není schopen se rozhodnout mezi spravedlivou sázkou

A jistou alternativou

Dodatečný přínos užitku z výhry je stejný

Jako ztráta užitku z potenciální prohry

$$U - 2X$$

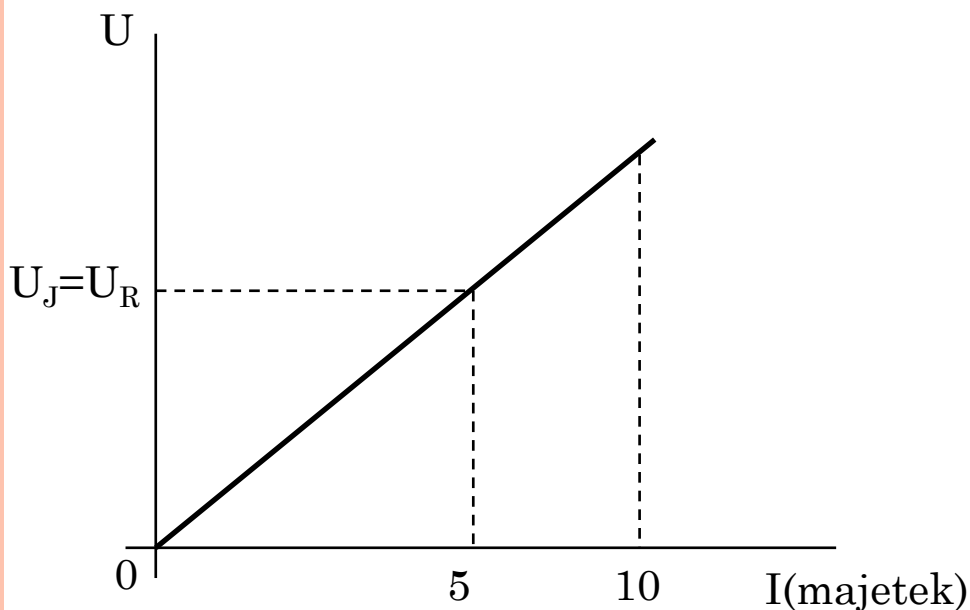
$$X_1 = 10 \quad X_2 = 5 \quad X_3 = 0$$

$$EU = 2 \cdot 10 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0 \cdot 0,5$$

$$EU = 10$$

$$\text{Jistota} = 2 \cdot 5 = 10$$

EKO FUN



# Rozhodování v podmínkách rizika

Budeme pracovat se dvěma scénáři

Scénář  $S_1$  – nastane konjunktura

Scénář  $S_2$  – nastane recese

Každý scénář je spojen s „finančním obnosem“

**Přímka jistoty** – úhel  $45^\circ$ -výnosy shodné pro obě situace

Např. velikost našeho bohatství nebude ovlivněno ekonomickou situací

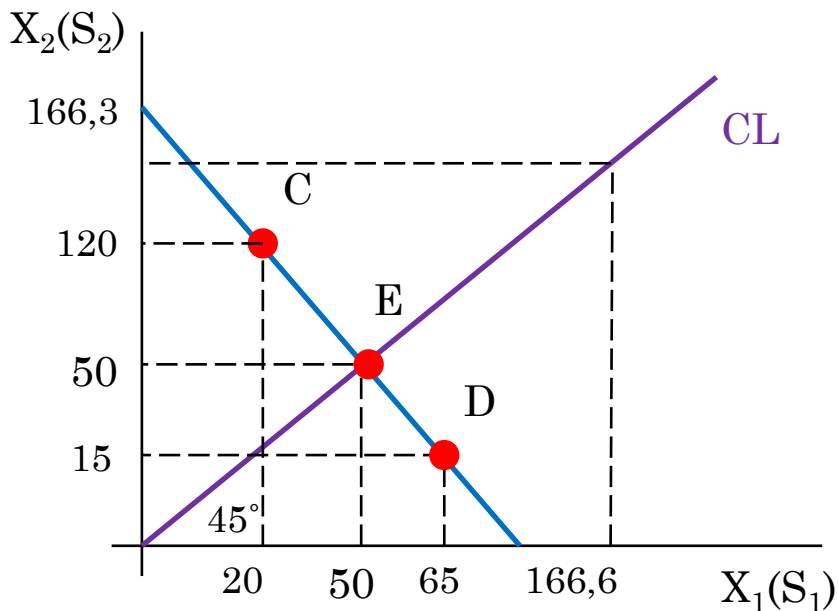
## Rozpočtová přímka

Body znázorňující stejný očekávaný výnos v obou situacích

**Přímka stejného očekávaného výnosu** sklon  $\pi_1/\pi_2$

$$EX = X_1 \cdot \pi_1 + X_2 \cdot \pi_2$$

$$X_2 = \frac{EX}{\pi_2} - \frac{\pi_1}{\pi_2} X_1$$



2 akcie:

- Akcie energetické společnosti (D)
- Akcie kabelovky (C)

Konjunktura se očekává na 70%

Recese na 30%

$$EX = 50 - \pi_1 = 0,7 - \pi_2 = 0,3$$

$$50/0,3 = 166,6$$

$$50/0,7 \cdot (0,7/0,3) = 166,6$$

$$EX_C = 120 \cdot 0,3 + 20 \cdot 0,7 = 50$$

$$EX_D = 65 \cdot 0,7 + 15 \cdot 0,3 = 50$$



# Indiferenční křivky

Pozor nejsou stejné jako v případě analýzy chování spotřebitele

IC – stejný očekávaný užitek z výnosu  $X_1/X_2$  podle nastoupení situace  $S_1/S_2$

Situace se vzájemně vylučují!!!

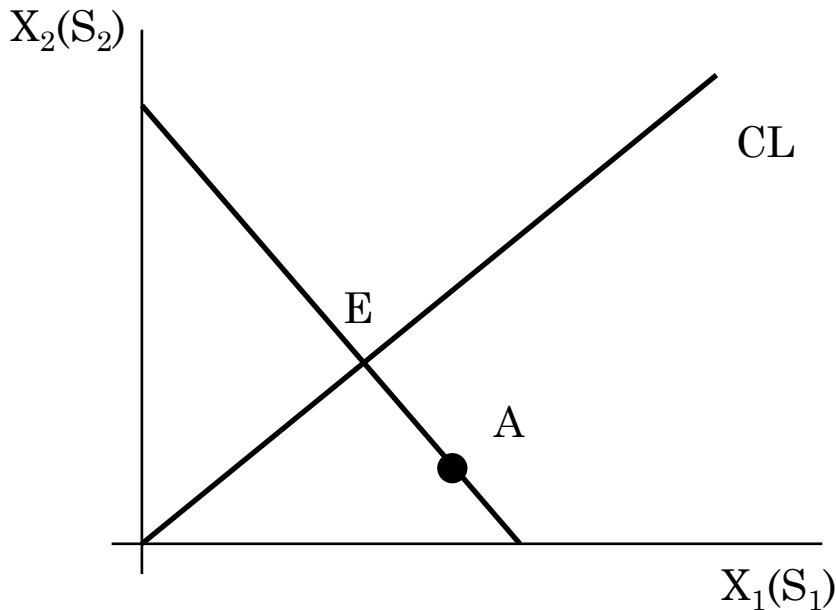
$S_1$  – konjunktura

$S_2$  – recese

Bod E jistá alternativa – bod A riziková alternativa

Spravedlivá sázka – výnos pro E =  $EX(A)$

EKOFUN





## Averze k riziku

Jistá alternativa – bod E

Riziková alternativa – bod A

Leží na stejné přímce očekávaného výnosu – spravedlivá sázka

Bod E – vyšší IC – vyšší užitek

Přímka očekávaného výnosu je tečnou IC

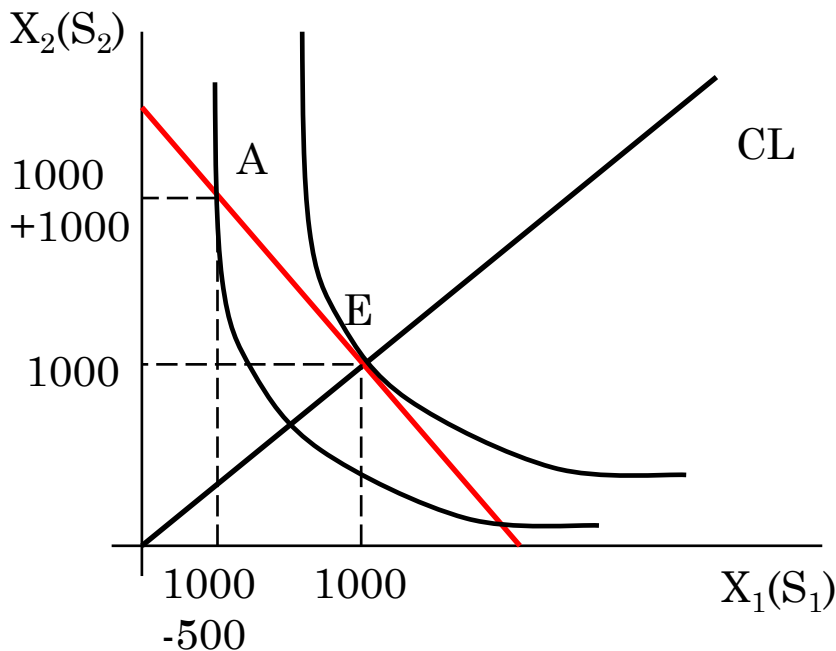
Sklon  $\pi_1 / \pi_2$

Počáteční vybavení -1000 Kč

Sázka 500Kč  $\pi_1=0,67$  -  $\pi_2=0,33$

Výhra 1500Kč

EKO FUN



**Vyšší užitek je spojen s jistou alternativou**  
**Člověk preferuje jistou alternativu před spravedlivou sázkou**



## Pozitivní vztah k riziku

Jistá alternativa – bod E

Riziková alternativa – bod A

Leží na stejné přímce očekávaného výnosu – spravedlivá sázka

Bod A – vyšší IC – vyšší užitek

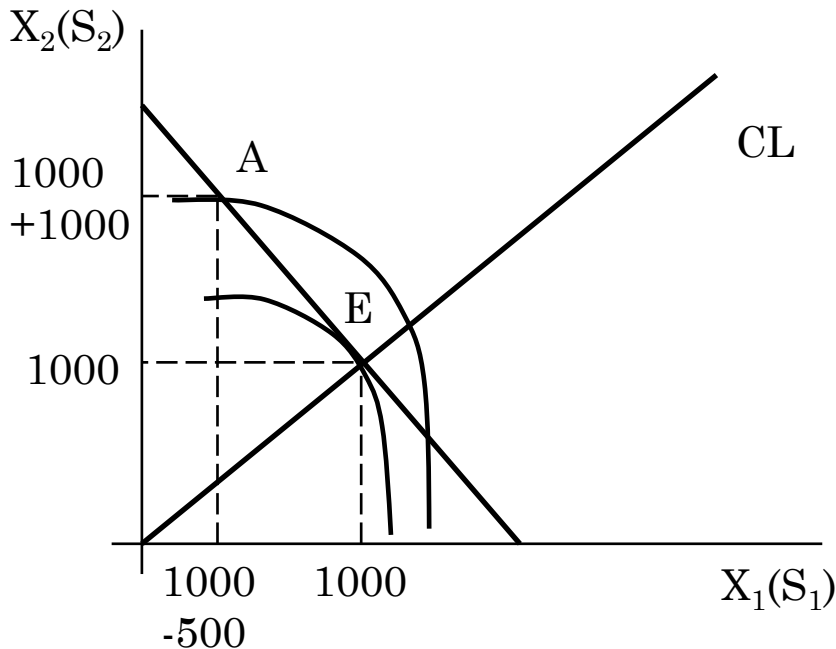
Přímka očekávaného výnosu je tečnou IC

Počáteční vybavení -1000 Kč

Sázka 500Kč  $\pi_1=0,67$  -  $\pi_2=0,33$

Výhra 1500Kč

EKO FUN



**Vyšší užitek je spojen s  
rizikovou alternativou  
Člověk preferuje spravedlivou  
sázku před jistotou**



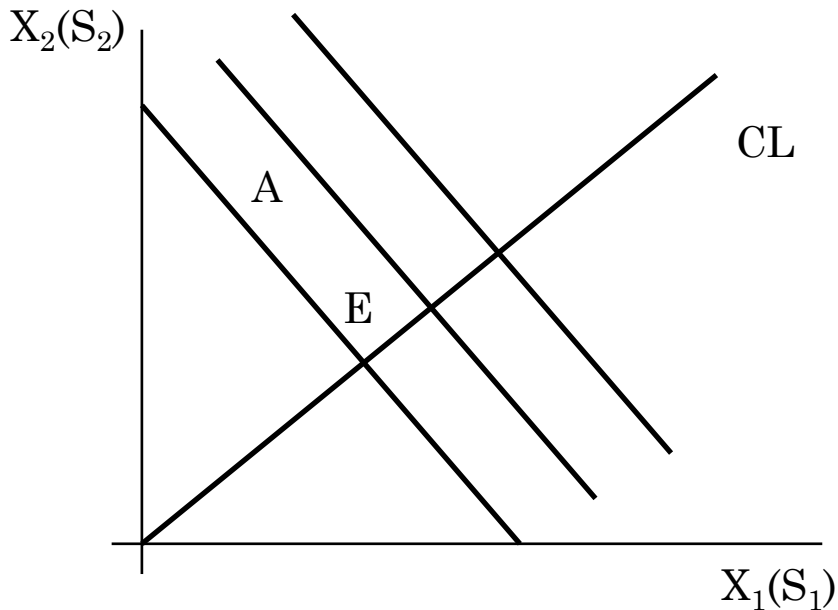
## Neutrální vztah k riziku

IC jsou přímky

Bod A leží na stejné IC jako bod E

Člověk je indiferentní mezi rizikovou variantou (A) a jistou alternativou (E)

EKOFUN  
Člověk je nerozhodný mezi  
spravedlivou sázkou a jistotou



## Tvar indiferenčních křivek ovlivněný pravděpodobností

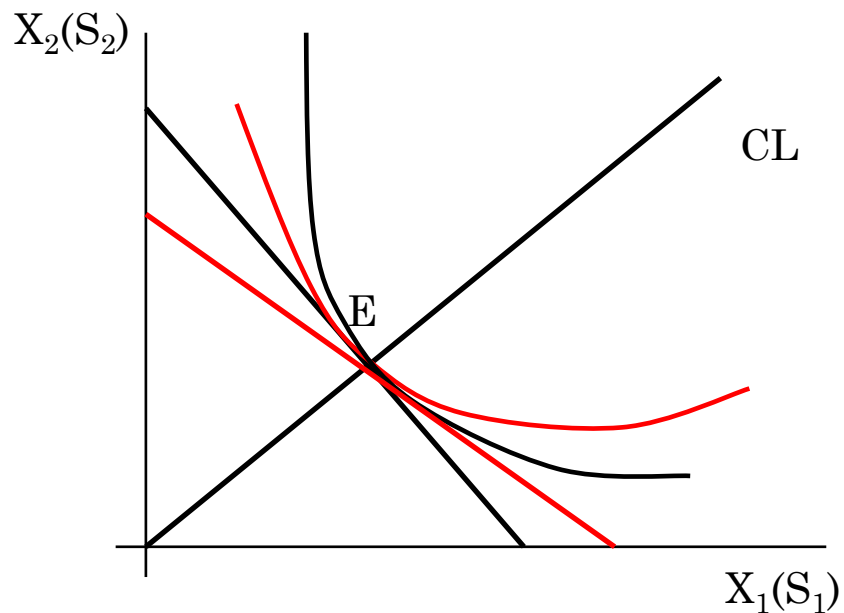
Každá IC je zkonstruovaná na základě daných pravděpodobností

V bodě linie jistoty sklon IC -  $\pi_1 / \pi_2$

Změny v pravděpodobnosti situací  $S_1/S_2$

– změna sklonu přímky stejného očekávaného výnosu (otáčení kolem bodu E)

# EKOFUN



# POJIŠTĚNÍ

Snižování rizika

Pro lidi se záporným vztahem k riziku

Ochota obětovat část bohatství pro zajištění proti případné ztrátě

Pojistí když:

Náklady na pojištění shodné s očekávanou ztrátou

Spravedlivá pojistka

Bohatství při uzavření pojistky = očekávané bohatství bez pojištění

$$EW = W \cdot \pi_1 + (W - L) \cdot \pi_2$$

EW - očekávané bohatství

W - počáteční bohatství

L - ztráta

(W - L) - hodnota bohatství při ztrátě

Cena domu 1 mil. Kč – povodeň  $\pi = 0,1$  – ztráta  $L = 500$  tis. Kč

$$EW = 1000 \cdot 0,9 + (1000 - 500) \cdot 0,1 = 950$$

Spravedlivá pojistka 50 tis. Kč

Pojistím se a nedojde k pojistné události:  $1000 - 50 = 950$

Pojistím se a dojde k pojistné události:  $1000 - 50 - 500 + 500 = 950$



Cena domu 1 mil. Kč – povodeň  $\pi=0,1$  – ztráta  $L=500$  tis. Kč

$$EW=1000 \cdot 0,9 + (1000-500) \cdot 0,1 = 950$$

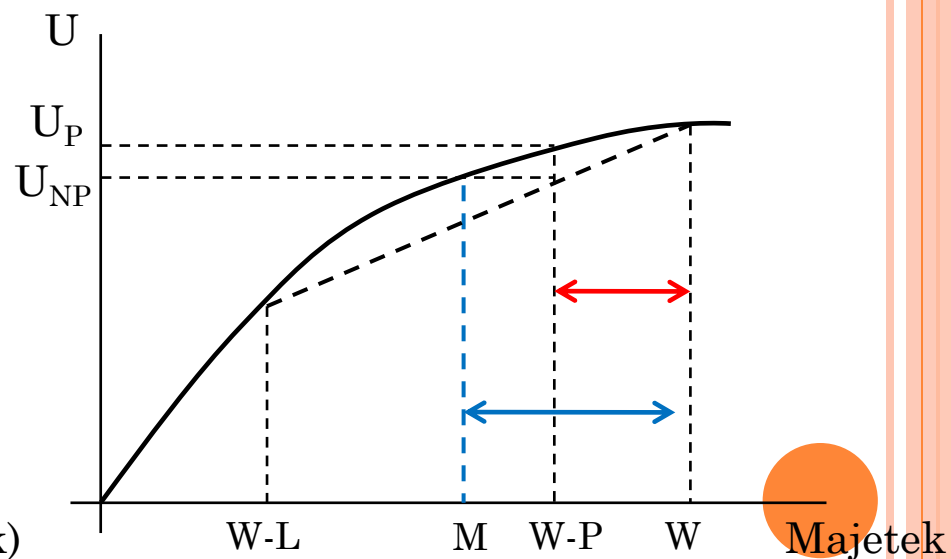
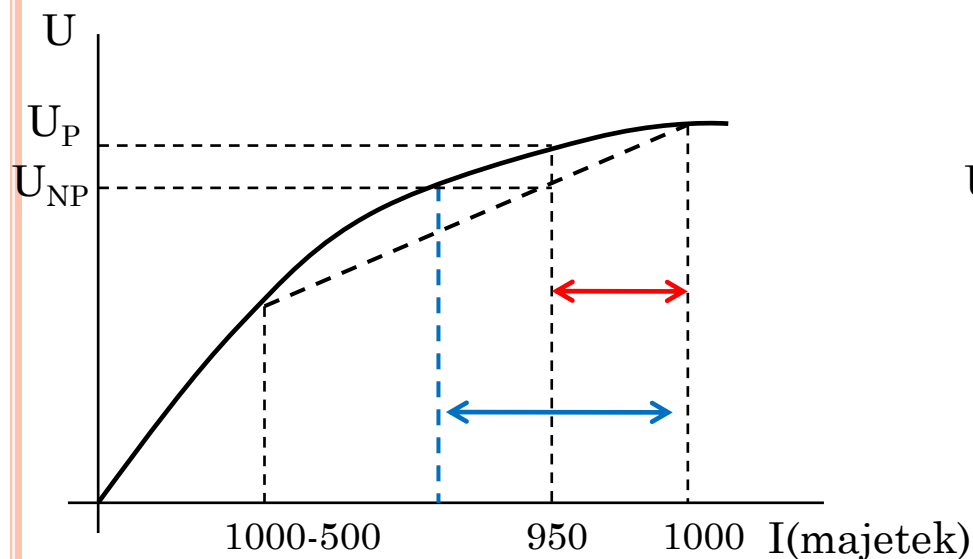
**Spravedlivá pojistka** 50 tis. Kč

$U_P$  je větší než  $U_{NP}$

### Maximální pojistka

Užitek při sjednání pojištění je shodný s očekávaným užitek spojeným s rizikovou alternativou

# EKO FUN



Dům má hodnotu 1 mil. Kč

Pokud vznikne požár – předpokládané škody 300 ti. Kč – riziko požáru 5%

Očekávaná hodnota domu

$$EX = 1000 \cdot 0,95 + 700 \cdot 0,05 = 985$$

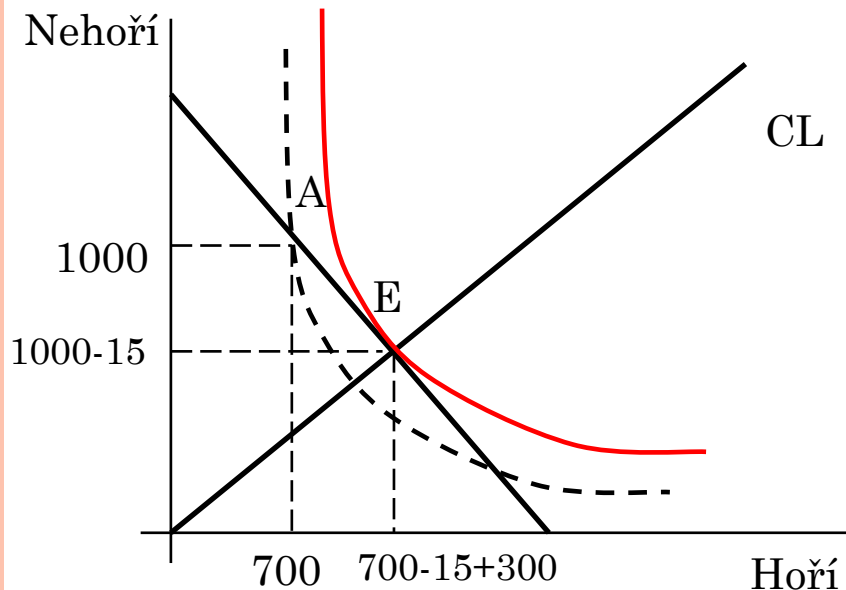
Spravedlivá pojistka – výše pojistky shodná s očekávanou ztrátou

$$1000 - 985 = 15$$

Bohatství kdy nedojde k pojistné události –  $1000 - 15$

Bohatství kdy dojde k pojistné události –  $700 - 15 + 300$

# EKO FUN



$$EX_P = 985 \cdot 0,95 + 985 \cdot 0,05$$

$$EX_N = 1000 \cdot 0,95 + 700 \cdot 0,05$$



# DIVERZIFIKACE

Rozdělení „činností“ mezi různé skupiny, které na sobě „nezávisí“

Sekuritizace aktiv – mnoho dlužníků 1 hypotéka vs 1/1000 v balíku 1000 hypoték

Akcie – portfolio tvořené akciemi negativně korelovanými

## Vztah mezi rizikem a výnosem

Riziko měříme pomocí směrodatné odchylky  $\sigma$

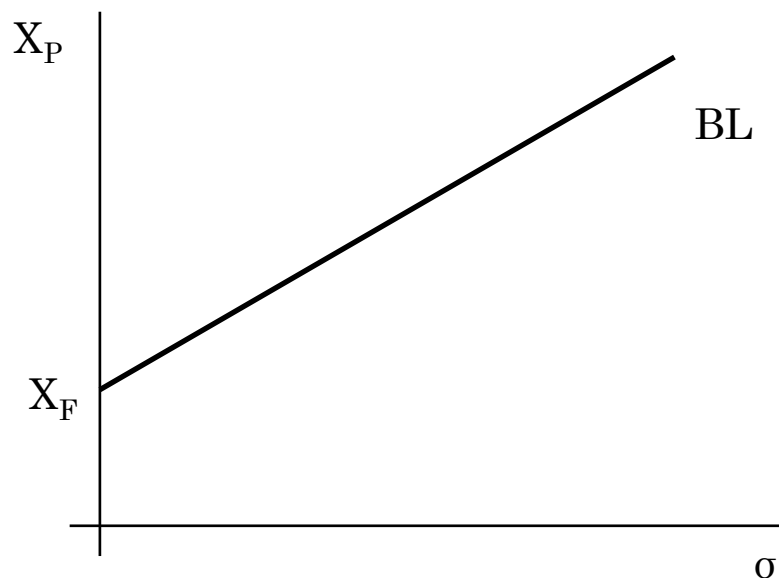
Kolísání výnosů kolem střední hodnoty – vyšší odchylky – vyšší riziko

$X_F$  – výnos bezrizikové varianty – nulová směrodatná odchylka (státní dluhopisy)

$EX_R$  – očekávaný výnos rizikové varianty

$EX_R > X_F$  – jinak by nikdo „nepoptával“ riziková aktiva

Klesla by poptávka – klesla by cena aktiva – rostla by výnosnost





Aplikace v teorii portfolia

Bezrizikový výnos – státní dluhopisy

Rizikový výnos – tržní portfolio (akcie)

### Linie rozpočtu BL

Všechny případné kombinace rozhodnutí o rozdělení činnosti, majetku mezi riziková aktiva, činnost a bezriziková aktiva činnost

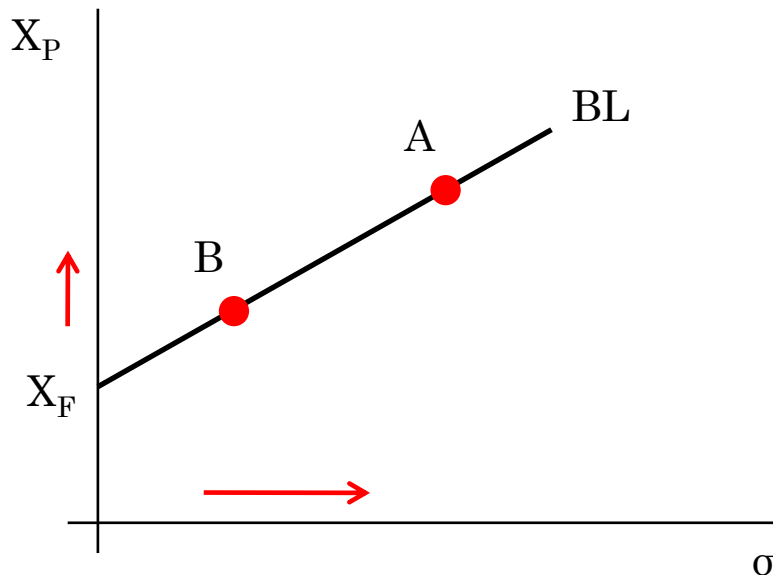
$$EX_P = w_1 \cdot X_F + w_2 \cdot EX_R$$

$EX_R$  – očekávaná výnosnost tržního portfolia

$w_{1,2}$  – váhy (množství peněz, času)

Roste výnos, ale roste i riziko

Optimální kombinace závisí na preferencích



A: tržní portfolio – vše v akciích

B: mix dluhopisů a tržního portfolia



## Indiferenční křivky

Stejná logika jako u teorie spotřebitele – neplést s předešlými IC pro riziko  
Kombinace rizika a výnosu, které přinášejí člověku stejný užitek

Výnos – žádoucí statek

Riziko – nežádoucí statek

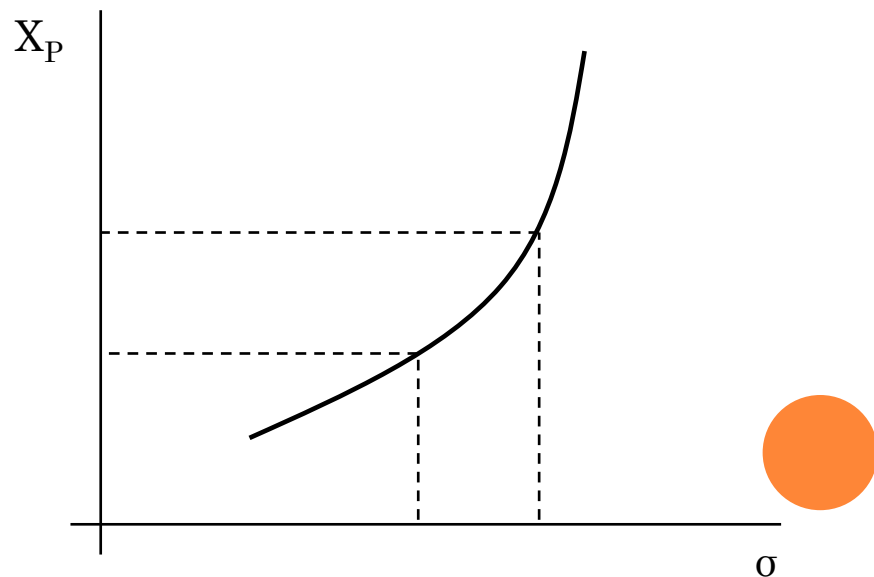
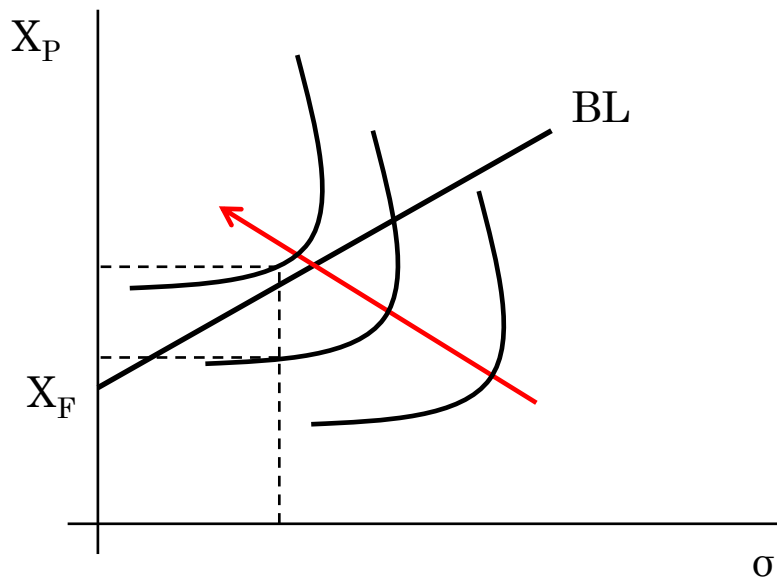
Směr růstu užitku je opačný, než u obou žádoucích statků

Čím vyšší výnos a nižší riziko, tím lépe

Stejné riziko vyšší výnos – vyšší užitek

EKO FUN

Růst rizika je kompenzován vyšší výnosností



## Rozhodnutí o optimální alokaci

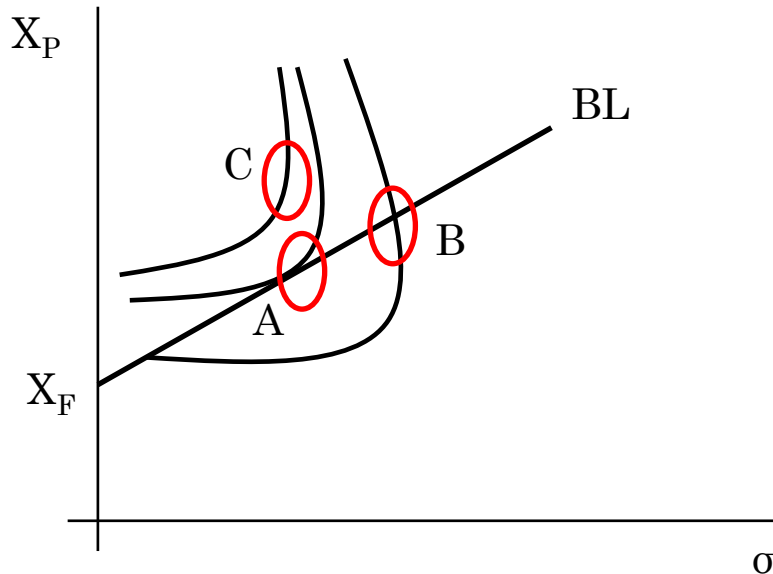
Bod A – optimální kombinace vzhledem k preferencím

BL je tečnou k indifferenční křivce

Bod B – posazen na nižší IC – neracionální

Bod C – nemožný, mimo BL

# EKOFUN



# Postoje k riziku a tvar indiferenčních křivek

S rostoucím odporem k riziku, se IC stávají strmějšími

# EKOFUN

Velmi nízký odpor k riziku

Odpor k riziku

