



MODELY HOSPODÁŘSKÉHO RŮSTU

ÚVOD

Několik teorií

Exogenní vs. Endogenní technologický pokrok
Lidský kapitál



SOLOWŮV MODEL

Předpoklady:

Existují pouze 2 sektory (domácnosti + firmy)

$$Y=C+I$$

Technologický pokrok exogenní proměnná

Agregátní produkční funkce

EKOFUN

$$Y^*=A.f(K,L)$$

Vlastnosti produkční funkce:

Klesající výnosy z variabilního vstupu – při změně pouze jedné proměnné (K,L)

Konstantní výnosy z rozsahu

Tři faktory ekonomického růstu:

- 1) Změna množství práce
- 2) Změna množství kapitálu
- 3) Technologický pokrok



Populační růst

Vývoj počtu obyvatel = vývoj počtu pracovníků

$$L_1 = (1+n) \cdot L_0$$

L_t – množství pracujících v čase t

n – tempo růstu obyvatelstva (pracujících)

Lidé uspoří fixní část Y

$$s = S/Y$$

Průměrný sklon k úsporám

s - exogenní

Pracující důchod spotřebují a ušetří

$$Y = C + S$$

$$Y = C + s \cdot Y$$

Zajímá nás vývoj na pracovníka!!!

Spotřeba na
pracovníka

Důchod na
pracovníka

$$Y/L = C/L + s \cdot (Y/L)$$

$$y = c + s \cdot y$$

c – není mezní sklon ke spotřebě!!!

$$c = (1-s) \cdot y$$

Spotřeba na jednoho pracovníka

Cílem pracovníků je maximalizace spotřeby



Akumulace kapitálu

ZATÍM předpoklad – žádná změna A , ani L !!!

Musíme zjistit jak vývoj množství K ovlivní vývoj Y

Převedení na intenzivní tvar – konstantní výnosy z rozsahu – $t = 1/L$

$$Y/L = f(K/L, 1)$$

E K O F U N

$y = f(k)$ → Intenzivní tvar produkční funkce

Produkt na pracovníka závisí na průměrné vybavenosti pracovníka kapitálem

Co ovlivňuje množství kapitálu?

$$Y = C + S$$

$$I = S$$

$$Y = C + I$$

$$S = s \cdot Y$$

$$S/L = s \cdot Y/L$$

$$= s \cdot y$$

$$I = s \cdot Y$$

$$I/L = S/L$$

$$i = s \cdot y$$

$$i = s \cdot f(k)$$

Vana s vodou – přítok investice, odtok **amortizace** (δ)

Amortizace exogenní



Zkoumáme produkt, množství kapitálu a úspor na pracovníka!!!
Výstup na pracovníka je funkcí kapitálu na pracovníka $y = f(k)$
Změna kapitálu na pracovníka je pak:

$$\Delta k = s \cdot f(k) - \delta \cdot k$$

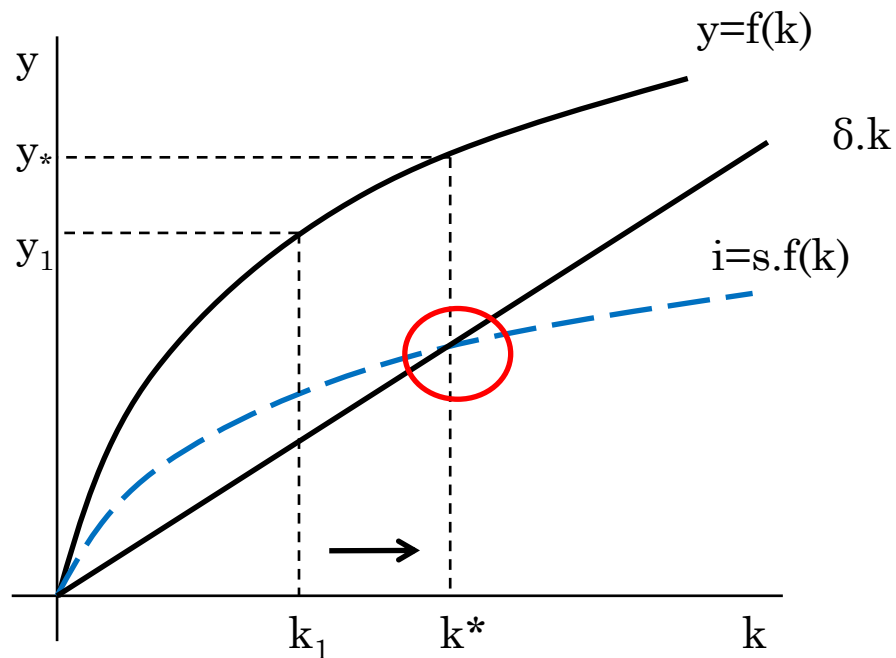
k_1 - úspory (investice) jsou vyšší než amortizace

Bude přibývat kapitálu - $s \cdot f(k) > \delta \cdot k$

Roste vybavenost práce kapitálem na (k^*)

Roste výstup na pracovníka (y^*)

EKO FUN



$$\Delta k = 0$$
$$s \cdot f(k) = \delta \cdot k$$



k_2 - úspory(investice) jsou nižší než amortizace

Bude klesat množství kapitálu - $s.f(k) < \delta.k$

Klesá vybavenost práce kapitálem na (k^*)

Klesá výstup na pracovníka (y^*)

$$\Delta k = s.f(k) - \delta.k$$

Stabilní stav

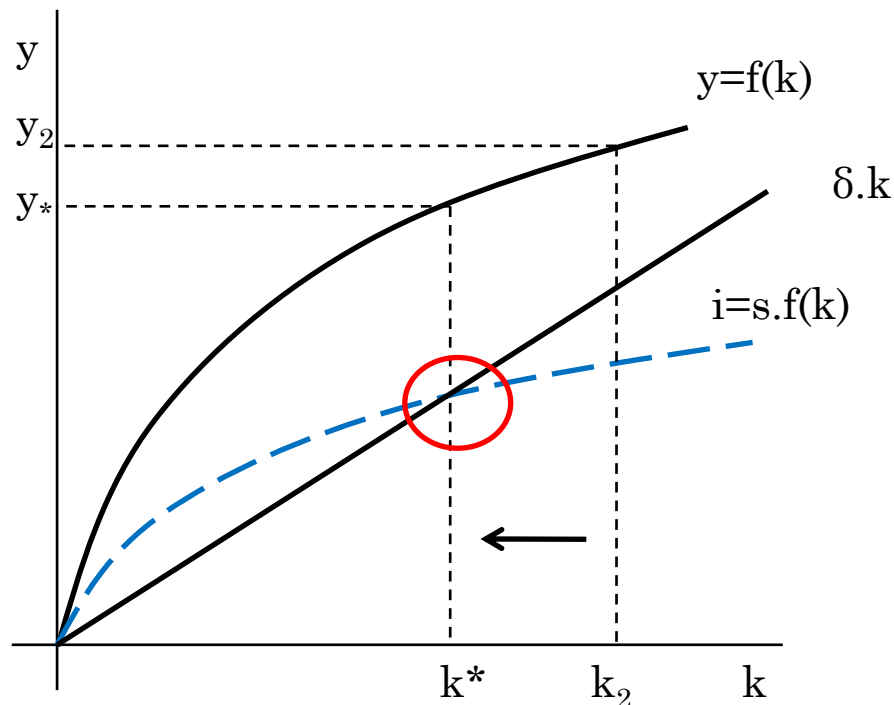
Nemění se zásoba kapitálu na pracovníka (stabilní v čase)

$$\Delta k = 0$$

$$s.f(k) = \delta.k$$

Dlouhodobá rovnováha

Konvergence ekonomických úrovní různých zemí



Tech porok $A_1=(1+g)A_0$



Spotřeba

$$c = y - s \cdot y$$
$$c = f(k) - s \cdot f(k)$$
$$c = f(k) - \delta \cdot k$$

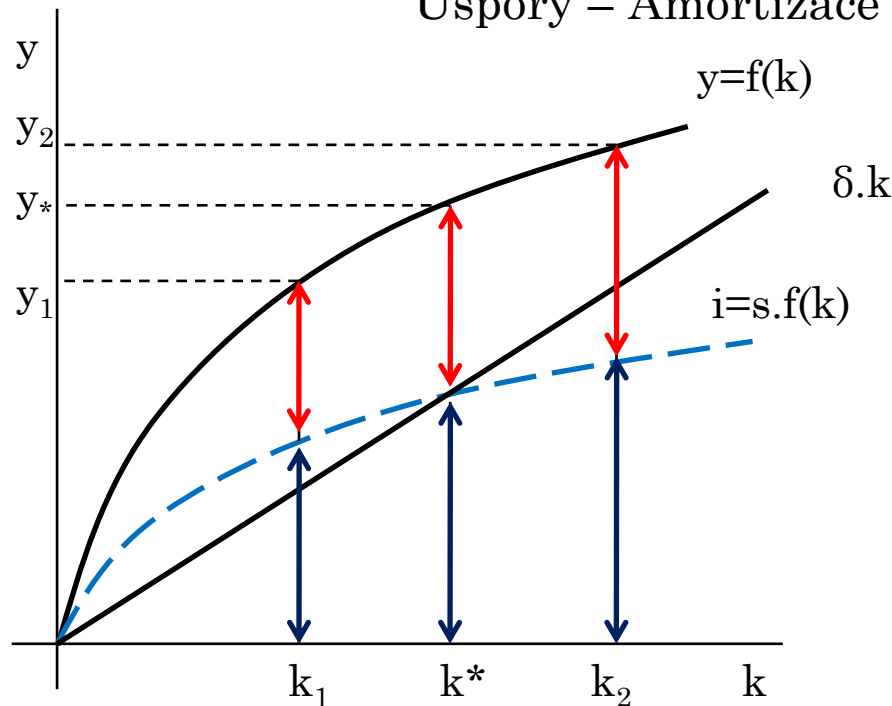
$$y = f(k)$$

stabilní stav $s \cdot f(k) = \delta \cdot k$

Úspory

$$s \cdot f(k)$$

Úspory > Amortizace
Úspory < Amortizace
Úspory = Amortizace



Vliv exogenních proměnných na výstup

Míra úspor (s), míra růstu obyvatelstva (n), amortizace (δ), technologický pokrok

$$s \cdot Y/L = \delta \cdot K^*/L \quad \frac{K^*}{L} = \frac{s}{\delta} \cdot \frac{Y}{L} \quad \mathbf{s \cdot f(k) = \delta \cdot k}$$

$$s \cdot Y/L = (\delta + n) \cdot K^*/L \quad \frac{K^*}{L} = \frac{s}{n + \delta} \cdot \frac{Y}{L} \quad \mathbf{s \cdot f(k) = (\delta + n) \cdot k}$$

$$s \cdot Y/L = (\delta + n + g) \cdot K^*/L \quad \frac{K^*}{L} = \frac{s}{n + \delta + g} \cdot \frac{Y}{L} \quad \mathbf{s \cdot f(k) = (\delta + n + g) \cdot k}$$

EKO FUN



Změna míry úspor

Ostatní exogenní proměnné se nemění!!!

$$\Delta k = s \cdot f(k) - \delta \cdot k$$

$$\frac{K^*}{L} = \frac{s}{\delta} \cdot \frac{Y}{L}$$

$$\Delta s \rightarrow \Delta i \rightarrow \Delta k \rightarrow \Delta y$$

„prohlubování“ kapitálu – růst kapitálu na obyvatele (pracovníka)

$$y = f(k)$$

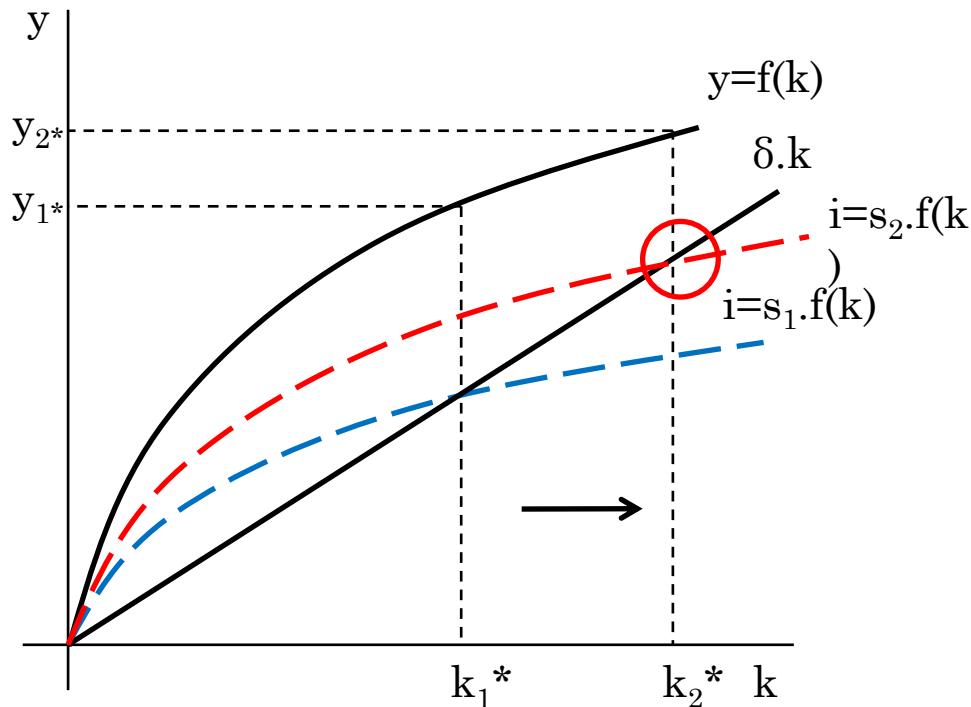
Roste množství kapitálu – opotřebení

Hospodářství se dostane do nového stabilního stavu

Větší výstup na pracovníka a větší vybavenost kapitálem na pracovníka

Hospodářský růst byl pouze skokový – do nového stabilního stavu

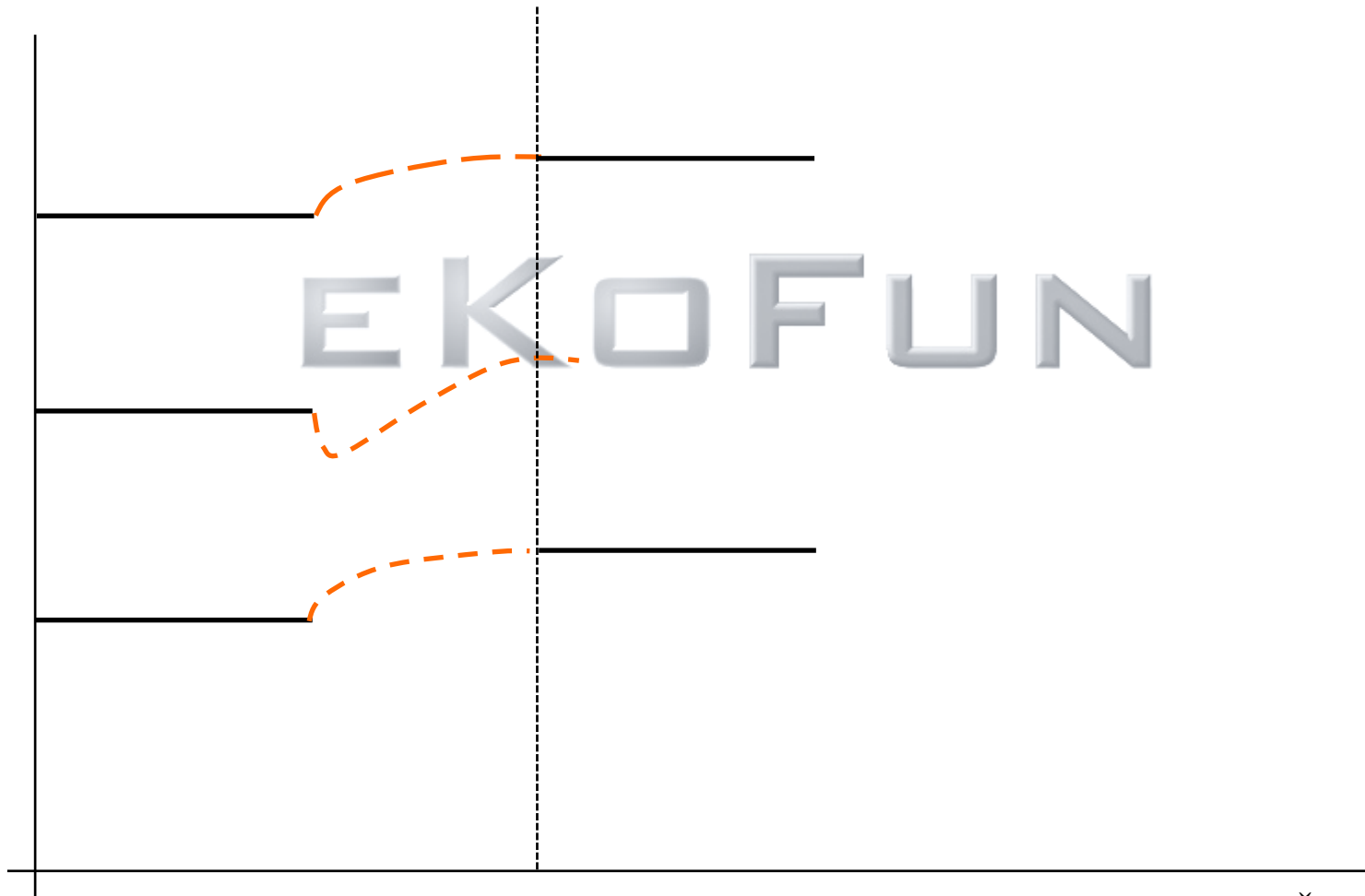
Dále nulový ekonomický růst



Změna míry úspor
Neovlivní **TRVALÝ**
Ekonomický růst



y,c,i



čas



Změna v míře růstu obyvatelstva

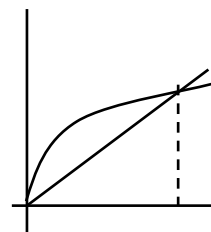
Nemění se žádná jiná exogenní proměnná, kromě (n)!!!

Dopad na kapitálovou vybavenost pracovníků $k=K/L$

Investice musejí nahradit opotřebovaný kapitál + vybavit nové pracovníky

Růst pracovníků (rostou hodiny práce) – klesá průměrná kapitálová intenzita

Stabilní stav
 $\Delta k = s \cdot f(k) - (\delta + n) \cdot k = 0$
 $s \cdot f(k) = (\delta + n) \cdot k$



Výše kapitálu na pracovníka se nebude měnit když

Investice vyrovnají opotřebení a vybavení nových pracovníků kapitálem



Klesne vybavení práce kapitálem, tak výstup na pracovníka

Z zemi roste množství pracovníků o n

Stabilní stav – investice musí vyvážit opotřebení a vybavení dodatečným kapitálem nové pracovníky

$$y=f(k)$$

$$k=K/L$$

Celkové množství kapitálu K , roste o (n)

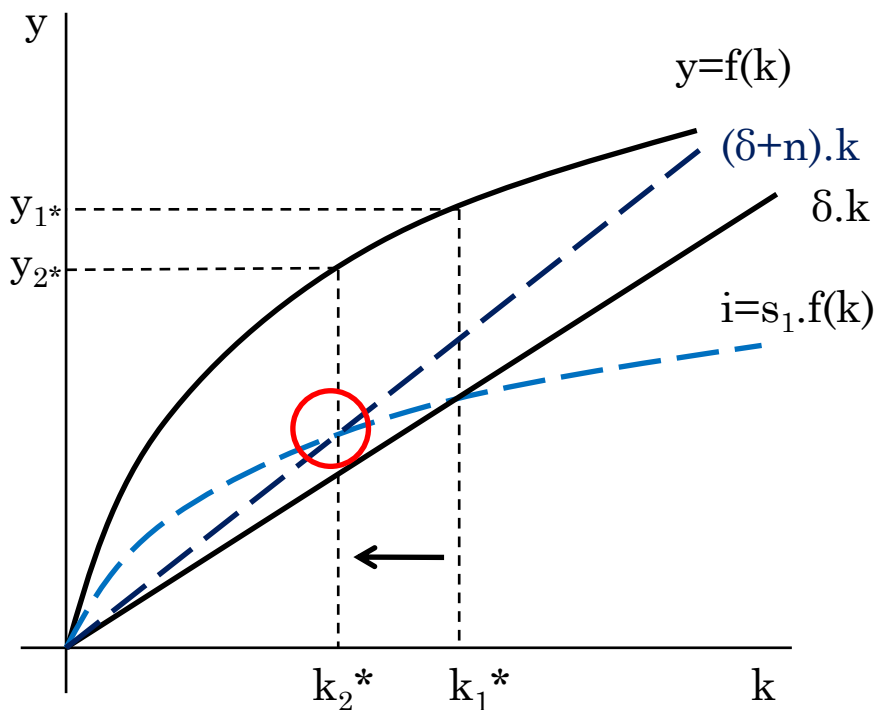
Celkový výstup roste o (n)

Mění se L o (n) – aby K/L konstantní – K musí růst o n

Y/L konstantní – Y musí růst o (n)

Model vysvětluje, že díky růstu populace dochází k trvalému růstu

CELKOVÉHO PRODUKTU



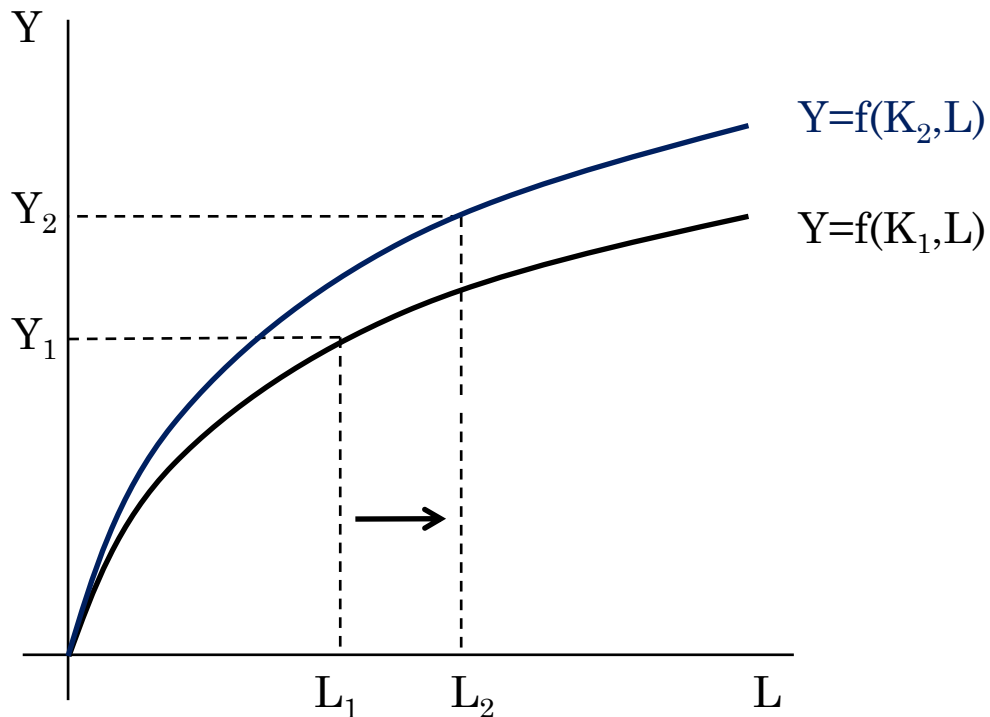
Linie rozšiřování kapitálu



Neplést si veličiny vztažené na pracovníka a celkové veličiny!!!
Roste celkový výstup a celkové množství kapitálu

Ale klesne výstup na jednotku práce
Klesne vybavenost práce kapitálem
Roste ekonomická síla, ale klesne ekonomická úroveň

EKOFUN



Technologický pokrok

Školství, infrastruktura, zdravotnictví, soudnictví, ekofun ☺

Práci rozšiřující technologické změny x neutrální technologický pokrok

EKOFUN



Práci rozšiřující technologický pokrok

Rozvoj technologie umožní zvýšit efektivitu každého pracovníka

Změna – už ne práce, ale efektivní práce (E.L)

$$Y=f(K,LxE)$$

E-index růstu produktivity práce vlivem technologického pokroku

$$Y/(LxE)=f(K/LxE)$$

$$y=f(k)$$

Pozor veličiny vztažené na efektivního pracovníka!!!

$$e=n+g$$

e – tempo růstu efektivní práce

n – tempo růstu obyvatelstva (pracovníků)

g – tempo růstu efektivity (technologický pokrok)


Dopad na novou úroveň stabilního stavu

Investice musí pokrýt δ , n, **nově g**

Musíme kapitálem vybavit efektivní pracovníky!!!

$$\Delta k=s.f(k)-(\delta+n+g).k$$

Stabilní stav
 $s.f(k)=(\delta+n+g).k$



Klesne vybavení efe. práce kapitálem, tak výstup na efe. pracovníka

$$k = \frac{K}{E.L}$$

Z zemi roste množství efektivních pracovníků o (n+g)

Stabilní stav – investice musí vyvážit opotřebení a

$$y = \frac{Y}{E.L}$$

vybavení dodatečným kapitálem nové EFEKTIVNÍ pracovníky

$$\Delta L \rightarrow n$$

$$n=1; g=3$$

$$\Delta E \rightarrow g$$

Celkový produkt roste o (n+g) 4% (ekonomická síla)

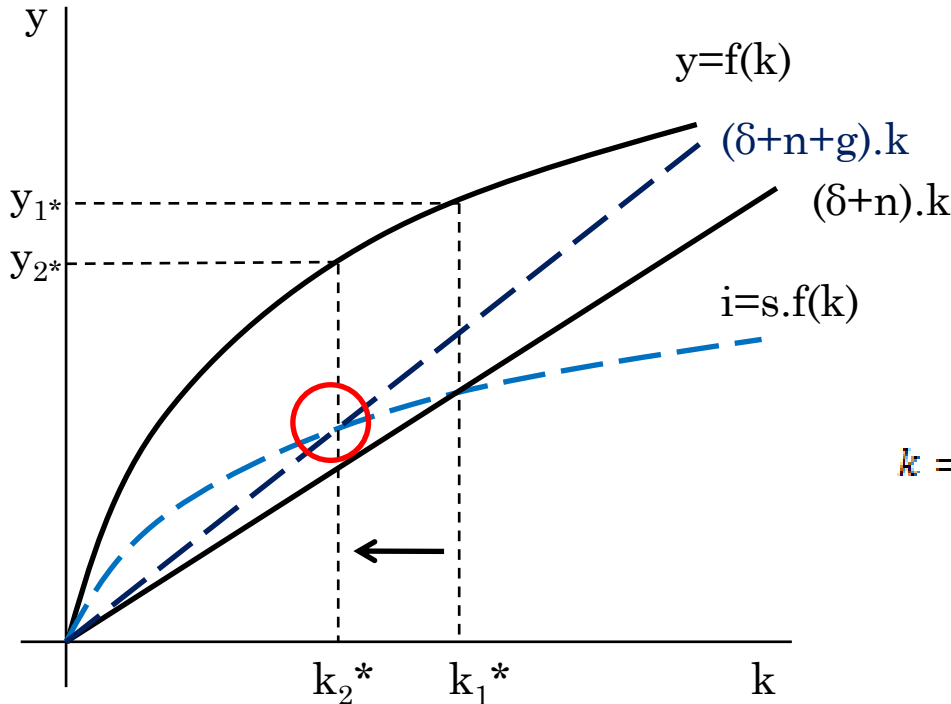
$$\Delta K \rightarrow n+g$$

Ekonomická úroveň roste o 3% (produkt na obyvatele)

$$\Delta Y \rightarrow n+g$$

Populační růst zdůvodňuje, proč roste neustále celkový produkt

Technologický pokrok vysvětluje také neustálý růst produktu na pracovníka



**Stabilní stav
pro efektivního
pracovníka**

Kapitál na pracovníka

K roste o $n+g$

L roste o n

Vybavím pracovníky
kapitálem

A „zbude“ růst o (g)

k roste o $g - k=K/L$

$y=f(k)$

y roste o $g!!!!$

$$k = \frac{K}{L}$$

Reálný pracovník a efektivní pracovník

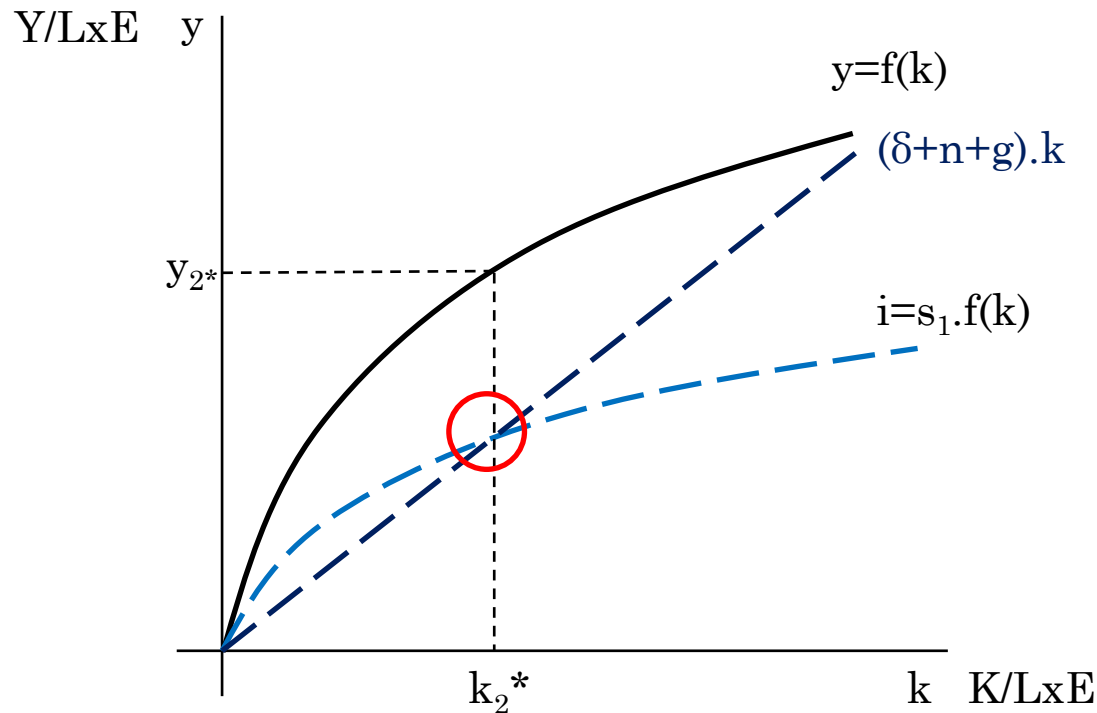
Stabilní stav – stabilní na efektivního pracovníka

Co reálný pracovník?

Výstup roste o g

$$e=n+g$$

EKOFUN



Neutrální technologický pokrok

Zvyšuje se efektivita jak práce tak kapitálu

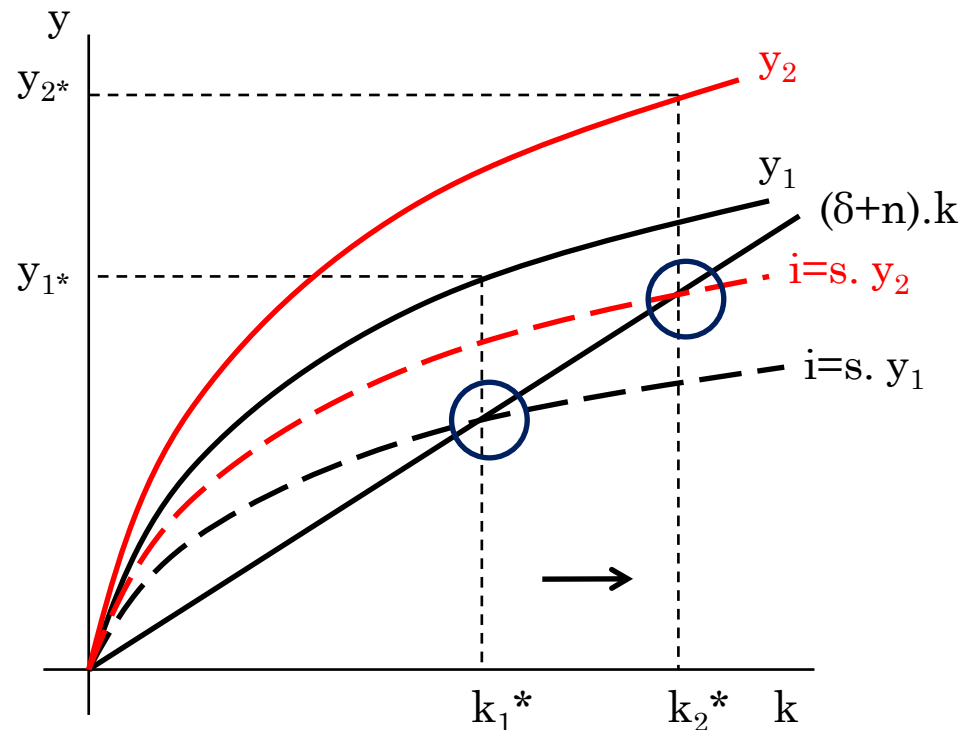
$$Y^* = A \cdot f(K, L)$$
$$Y^*/L = A \cdot f(K/L, 1)$$
$$y = A \cdot f(k)$$

Posun křivky produkční funkce

Posun linie investic ($s \cdot y$)

Ekonomická úroveň může neustále růst

pokud každý rok technologický pokrok „roste“ o A



HYPOTÉZA KONVERGENCE

Sbližování ekonomických úrovní zemí

Hypotéza absolutní konvergence

Hypotéza podmíněné konvergence

EKO FUN



Hypotéza absolutní konvergence

Postupné sblížení ekonomik v:

- Kapitál na pracovníka
- Výstup na pracovníka
- Spotřeby na pracovníka

Sblížení v souladu ekonomické úrovně NE ekonomické síly

Otevřená ekonomika – transfer technologií

Všechny země mají stejnou agregátní produkční funkci

Ekonomiky mají stejnou míru úspor, míra opotřebení a populační růst

Rozdíl pouze v počátečním vybavením práce kapitálem

Ekonomiky s nízkým (k) rychlejší růst – produkční funkce – KV z var. vstupu

Podle Solowa:

Ekonomiky po určité době dospějí do stejného stabilního stavu

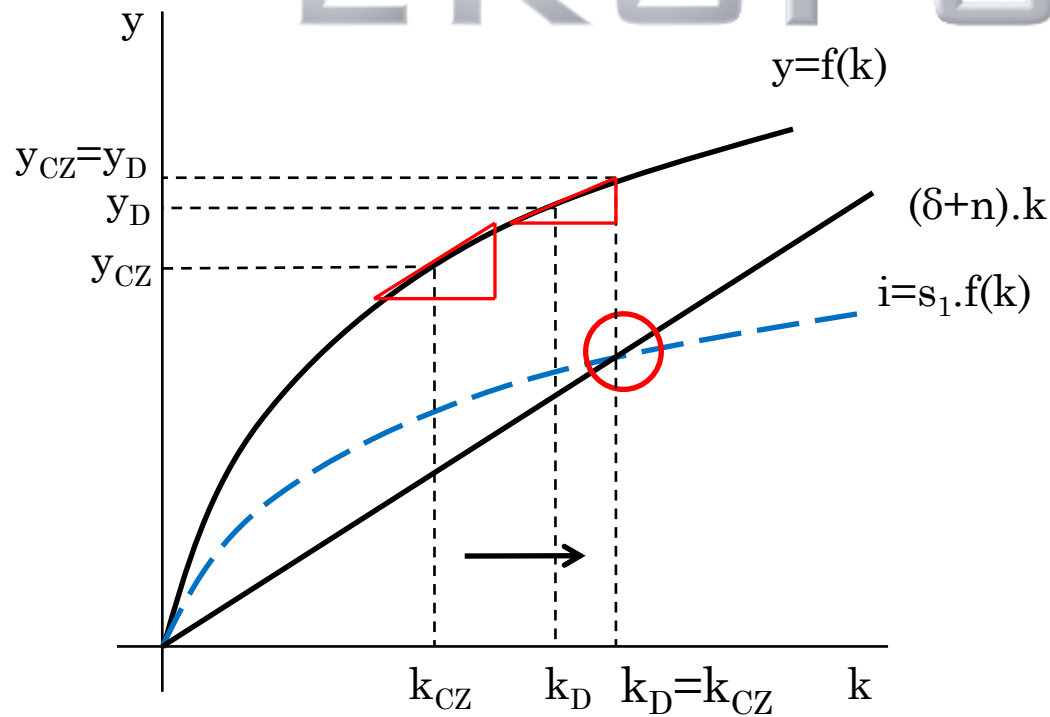
Stejná spotřeba na obyvatele, stejné vybavení kapitálem na obyvatele

Stejná ekonomická úroveň (produkt na obyvatele)



Všechny země mají stejnou agregátní produkční funkci
Ekonomiky mají stejnou míru úspor, míra opotřebení a populační růst
Rozdíl pouze v počátečním vybavením práce kapitálem
Rozdílné tempo růstu – klesající výnosy z variabilního vstupu

EKOFUN



Hypotéza podmíněné konvergence

Ne všechny exogenní proměnné jsou stejné

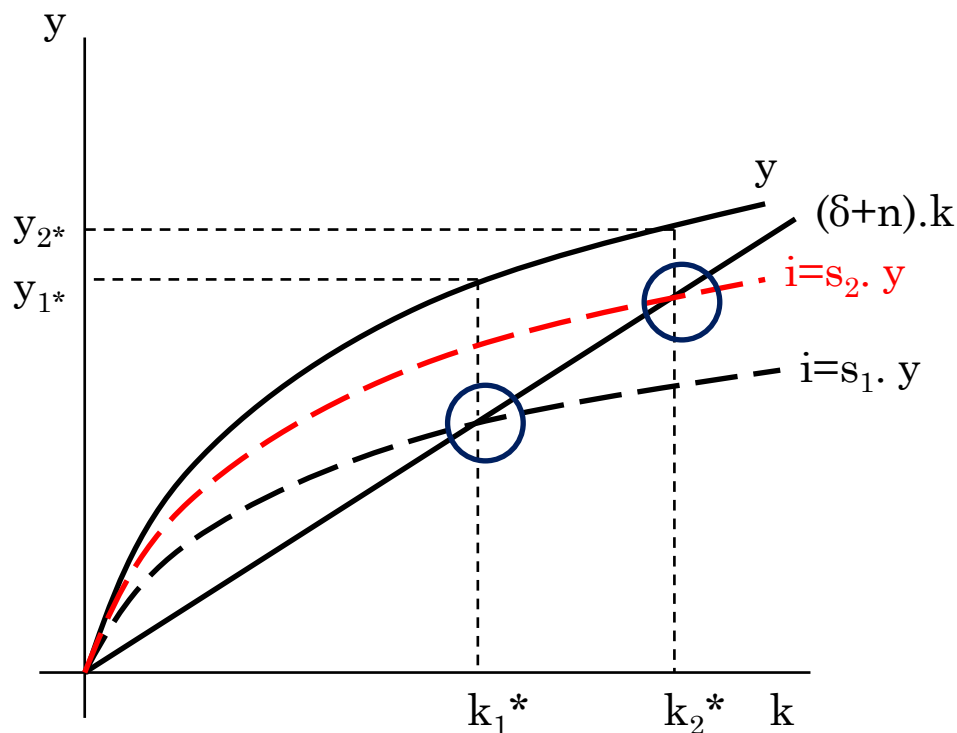
Rozdílné míry úspor (δ , n , agregátní produkční funkce shodné)

Rozdílné stabilní stavy

Země s vyšší mírou úspor – vyšší kapitálová vybavenost práce (k) – vyšší (y)

Ve stabilních stavech rostou obě ekonomiky stejným tempem – n

EKOFUN



ZLATÉ PRAVIDLO

Co zajímá spotřebitele? y, k ?
NE

Neplést s mezním sklonem ke spotřebě

Cíle maximalizace spotřeby (c)

Cílem je najít stabilní stav maximalizující spotřebu

Hledáme (k) ve stabilním stavu, které bude maximalizovat spotřebu

EKOFUN

Stabilní stav – $i = \delta \cdot k$

$$c^* = f(k^*) - \delta \cdot k^*$$

Derivace a hledání extrému

$$\frac{\partial c^*}{\partial k} = f'(k) - \delta = 0$$

$$MP_K = \delta$$

Směrnice tečen se rovnají



Pro k^* se směrnice rovnají – maximální spotřeba

Zlaté pravidlo

Musí být stabilní stav!!!

Stabilní stav neznamená automaticky „zlaté pravidlo“

Pro k_1 – $MPK > \delta$

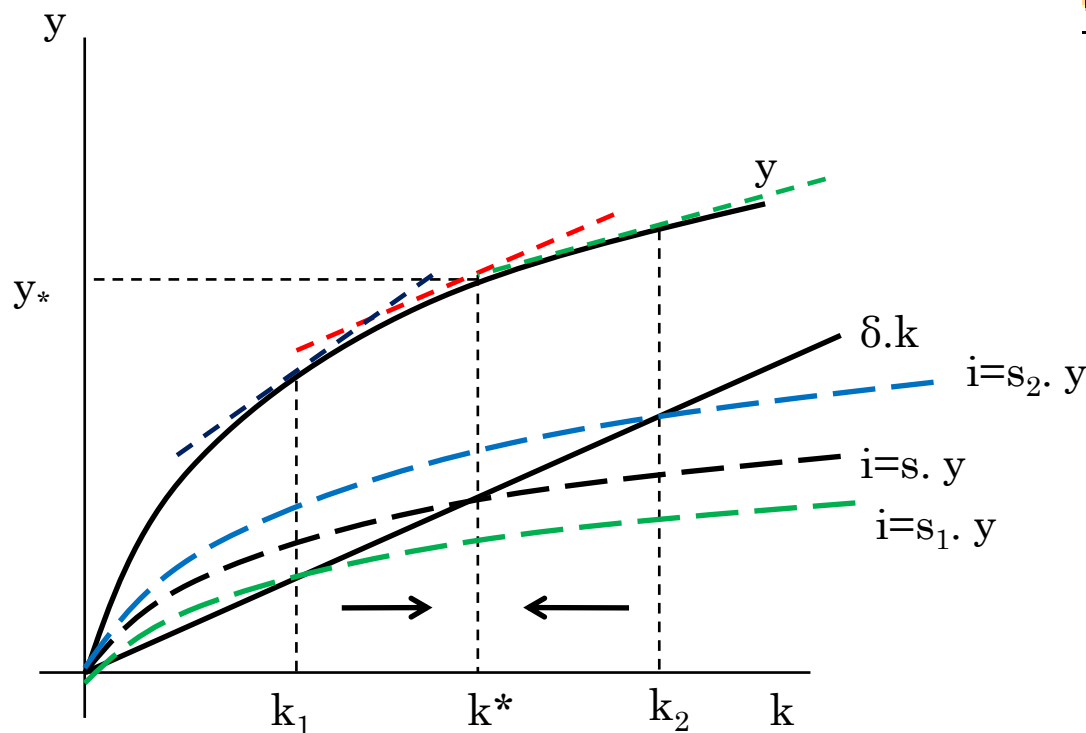
Výstup (y) roste více než roste amortizace – roste spotřeba

Pro k_2 – $MPK < \delta$

Výstup (y) roste méně než roste amortizace – klesá spotřeba

EKO FUND

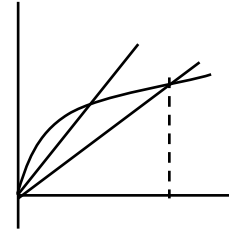
$$\frac{\partial c^*}{\partial k} = f'(k) - \delta = 0$$



Zlaté pravidlo a ostatní exogenní proměnné

Populační růst

$$c^* = f(k^*) - (n + \delta) \cdot k^*$$
$$MP_K = n + \delta$$



Technologický pokrok

$$c^* = f(k^*) - (n + \delta + g) \cdot k^*$$
$$MP_K = n + \delta + g$$

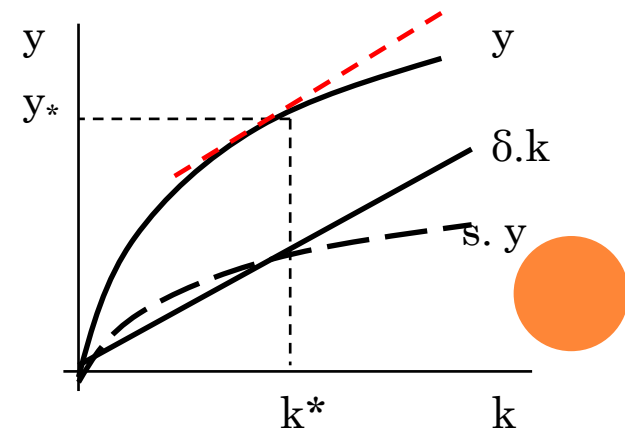
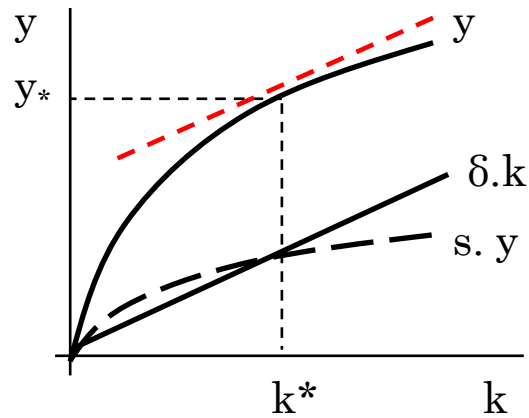
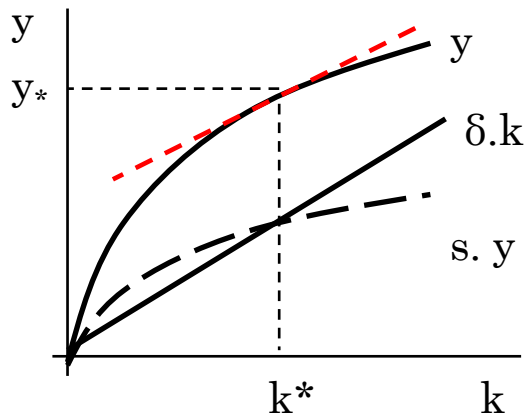
**Hospodářství automaticky směřuje do stabilního stavu
ALE stabilní stav nemusí být spojen se zlatým pravidlem!!!**

**Závisí na konkrétní míře úspor
Pouze jedna míra úspor je spojena se zlatým pravidlem**



Stejné ekonomiky!!! Rozdílná míra úspor

EKOFUN



	Růst Y^* ve stálém stavu Celkový produkt	Růst Y^*/L ve stálém stavu Produkt na pracovníka
Populační růst = 0 Růst produktivity práce = 0	0	0
Populační růst = n Růst produktivity práce = 0	n	0
Populační růst = n Růst produktivity práce = g	n+g	g

